

doi:10.3969/j.issn.1672-6073.2017.06.010

盾构施工引起地层损失率的变化特征

张晋勋¹, 江 华², 程晋国², 周刘刚¹, 曲行通², 焦兴飞²

(1. 北京城建集团有限责任公司, 北京 100085; 2. 中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院, 北京 100083)

摘 要: 以北京地铁14号线方庄—十里河站区间为背景,建立ABAQUS数值模型,并结合Peck公式对地层深层位移曲线进行拟合分析,提出用折线法修正拟合法计算相应深度的地层损失率,并结合现场原位测试试验进行对比验证。结果表明:地层损失与沉降槽宽度系数、最大沉降值成正相关关系,地层深层位移曲线符合Peck公式的正态分布特征,地层损失率在不同深度地层中基本不变,原位测试试验的地层损失率约为0.38%~0.39%,可为类似条件下地层损失的控制及计算提供借鉴。

关键词: 盾构施工; 地层损失率; 地层深层位移; 沉降槽宽度系数; 原位测试试验

中图分类号: U231

文献标志码: A

文章编号: 1672-6073(2017)06-0056-06

Variation Law of Volume Loss Rate Induced by Shield Tunnelling

ZHANG Jinxun¹, JIANG Hua², CHENG Jinguo², ZHOU Liugang¹, QU Xingtong², JIAO Xingfei²

(1. Beijing Urban Construction Group Co., Ltd., Beijing 100085; 2. School of Mechanics and

Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 100083)

Abstract: Based on the project of Fangzhuang to Shilihe Section of Line 14 of Beijing metro, ABAQUS numerical calculation simulation was established to fit the deep ground settlement curves by Peck's formula. A fitting method modified by polygon method model was put forward to calculate volume loss rate in different depths and was verified by field in-situ test. The results indicate that volume loss is positively related to coefficient of settlement trough width and maximum settlement value. Deep ground settlement curves follow the normal distribution of Peck's formula. Volume loss rate keeps almost unchanged in different depth and shows about 0.38%~0.39% in in-situ test. The paper can provide some reference for the control and calculation of volume loss in similar condition.

Keywords: shield tunnelling; volume loss rate; deep ground displacement; coefficient of settlement trough width; in-situ test

盾构法由于施工管理水平、盾构本身结构特点等不可避免地会引起地层移动和变形,对近接施工的既有结构变形产生很大影响。由于盾构实际与理论出土体积存在偏差、注浆不及时等原因,都会引起地层向着盾构四周的施工间隙位移,进而在整个地层中传递形成地层损失,会对地面建筑和地下管线等产生危害。因此,研究地层损失的分布特征十分必要。

国内外已有相关文献对盾构施工引起的地层损失进行了详细研究^[1-3],主要体现在理论法和经验法方

面。理论法方面,Rowe等^[4]提出了间隙参数 g 表征隧道断面的二维等效空隙,认为隧道周围土体并不是均匀移动的;Lee等^[5]给出了间隙参数 g 的理论计算方法;Loganathan等^[6]基于非均匀的径向移动模型,提出用地层损失函数代替地层损失参数;经验法方面,Peck^[7]于1969年首次提出地层损失概念及预测地表沉降的经验公式;刘建航^[8]、周文波^[9]等提出负地层损失的概念和考虑时间效应的修正Peck公式;白永学等^[10]对成都地铁砂卵石地层盾构施工引起地层损失的主要影响因素进行了研究;李宗梁等^[11]采用Peck公式对杭州庆春路过江盾构隧道施工引起的大堤沉降数据进行拟合,得出地层损失率的取值范围。类似的文献还有很多,但很少有文献对深层地层损失进行研究,或对Peck提出的地层损失率不变的基本假设进行验证,因此,有必要提出一种计算方法对深层地层损失

收稿日期: 2017-08-22 修回日期: 2017-11-07

第一作者: 张晋勋,男,博士,地震工程及防护工程专业,教授级高级工程师,副总经理、总工程师,主要从事建筑施工技术研发及技术管理工作。

基金项目: 中央在京高校重大成果转化及产业化项目(ZDZH20141141301); 国家自然科学基金青年基金(51608521)

率进行计算并验证其变化特征。

1 地层损失率的提出与计算

1.1 地层损失的计算方法

根据既有文献,地层损失有多种定义和计算方法,主要分为不考虑排水和考虑排水固结两类。Peck 认为在不排水的情况下,隧道开挖所引起的地面沉降槽体积应等于地层损失的体积,但没有考虑土体的排水固结。由于考虑土体“压密固结”或“流动变形”引起的地层损失较为复杂,而且须考虑时间效应,故本文的地层损失不考虑排水固结的影响,将地层损失理解为土体向着盾构开挖与成型隧道之间的空间区域移动而引起“地层损失”,从而完全传递至地表形成沉降槽的体积。

由 Peck 公式可知:

$$s(x) = s_{\max} \exp\left(-\frac{x^2}{2i^2}\right) \quad (1)$$

式中: $s(x)$ 为距离隧道轴线为 x 处的地表沉降值; $s_{\max}$ 为隧道轴线上地表最大沉降值; x 为距隧道轴线的水平距离; i 为地表沉降槽宽度系数,即沉降槽曲线反弯点至隧道轴线的水平距离。

Peck 公式描述的地表沉降曲线如图 1 所示。可以

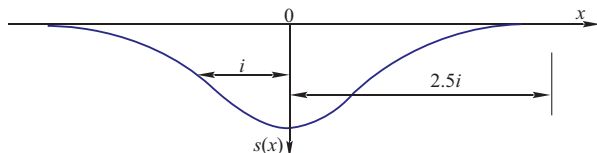


图 1 地表沉降曲线
Fig. 1 Surface settlement curve

看出,沉降曲线呈现正态分布形式,地表沉降最大值位于沉降槽中心,沉降槽影响范围约为 $2.5i$,沉降槽曲线与 x 轴围成的面积即为地层损失 V_1 ,对(1)式两边同时积分,则有

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} s_{\max} e^{-\frac{x^2}{2i^2}} dx = V_1 \quad (2)$$

$$\text{即} \quad V_1 = s_{\max} \sqrt{2\pi} i \quad (3)$$

由(3)式可知,地层损失 V_1 与最大沉降值 $s_{\max}$ 和沉降槽宽度系数 i 呈正相关关系,已知某一深度地层沉降槽的 $s_{\max}$ 和 i 即可求出该深度的地层损失。

对于深部地层,由分析可知深部地层沉降曲线与地表沉降曲线形态很相似,在不排水条件下,深部地层损失的体积等于该深度地层沉降槽的体积,且地层沉降槽的最大值 $s_{\max}(z)$ 和沉降槽宽度系数 $i(z)$ 都是深度 z 的函数,沉降槽仍为正态分布形式,则有

$$s_z(x) = s_{\max}(z) \exp\left[-\frac{x^2}{2i(z)^2}\right] \quad (4)$$

此时深度为 z 的地层损失 $V_1(z)$ 可表示为

$$V_1(z) = s_{\max}(z) \sqrt{2\pi} i(z) \quad (5)$$

1.2 地层损失率的提出与计算方法

地层损失是盾构实际与理论出土体积之差,在不排水条件下表现为沉降槽体积。由于实际出土体积可能受盾构超挖、间隙注浆等因素影响难以确定,因此地层损失采用沉降槽体积等效替代。地层损失率是开挖单位长度的土体体积引起的地层损失与开挖断面的比值(%),即

$$V_s = \frac{V_1}{\pi R^2} \times 100\% \quad (6)$$

式中: V_s 为地层损失率,%; V_1 为单位长度的地层损失; R 为盾构外径。

2 数值模拟研究与分析

2.1 ABAQUS 数值模型的建立与测点布置

以北京地铁 14 号线为背景,选取“方庄站—十里河站”区间进行 ABAQUS 数值建模,以 A 监测断面地质情况进行模拟,本区间地层有粉土素填土、粉土、粉质黏土、黏土等,如图 2 所示。

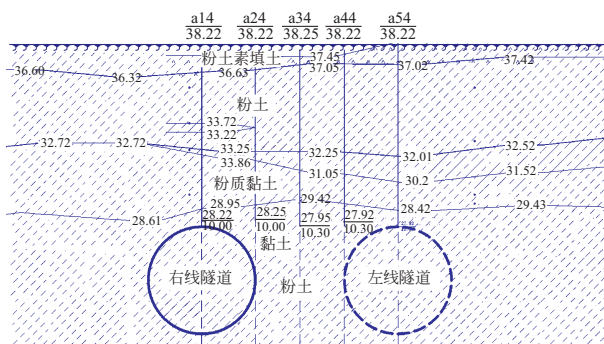


图 2 A 监测断面地质剖面

Fig. 2 Geological cross section of monitoring section A

数值模型尺寸为宽×长×高(70 m×90 m×30 m),土层材料采用 Mohr-Coulomb 本构模型,利用单元死活法进行开挖,开挖直径 6.28 m,管片外径 6 m,内径 5.4 m,管片与土体间隙以 0.09 m 厚的圆环用同步注浆等代层填充,为简化计算,忽略浆液的硬化过程,直接考虑浆液终凝时的情况。盾体、管片和注浆层选用线弹性材料,具体参数如表 1 所示。5 条水平测线埋深依次为 1.3,4.3,7.8,9.3 m,隧道拱顶埋深 10.3 m。为计算方便,只研究右线隧道开挖引起的地层沉降曲线及相应地层损失率,数值模型及参数分别如图 3 和表 2 所示。

表1 盾体、管片和注浆层参数设置
Tab.1 Parameters of shield, segment and grouting layer

项目	容重/(kN/m ³)	弹性模量/MPa	泊松比
盾体	78	206 000	0.28
管片	26	35 000	0.25
注浆层	15	2	0.2

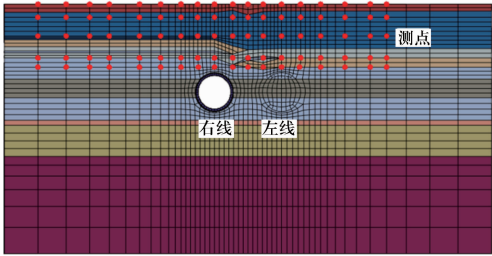


图3 ABAQUS 三维模型剖面图及测点布置
Fig.3 ABAQUS 3-D numerical model and layout of measuring points

表2 土体材料的计算参数
Tab.2 Calculating parameters of earth material

土层编号	土层名称	土的重度/(kN/m ³)	变形模量/MPa	内摩擦角/(°)	黏聚力/kPa
1	粉土素填土	17.5	3 500	12	5
2	粉土	19.9	38 500	24	15
3	粉质黏土	20	24 850	15	27
4	黏土	19.3	31 500	11	34
5	粉细砂	19.5	63 000	29	0
6	粉质黏土	21.1	53 550	15	31
7	中粗砂	20.5	98 000	33	0
8	粉质黏土	20	51 800	13	31

2.2 深部地层沉降曲线拟合模拟结果分析

在数值模型中,当右线隧道开挖结束后,对地表和不同埋深的5条测线位移进行分析,如图4所示。可以看出,不同深度的沉降曲线呈现正态分布特征,且随着

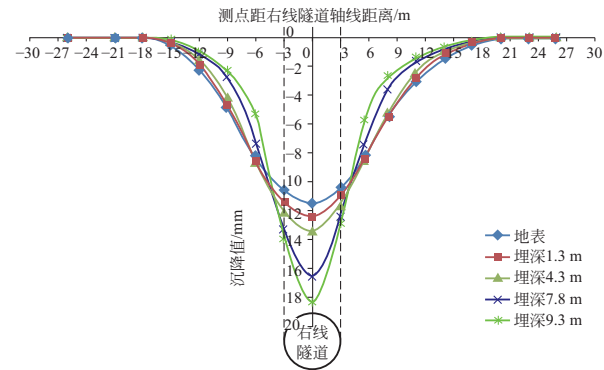


图4 不同深度地层沉降曲线
Fig.4 Settlement trough curves of different depths

埋深增加,沉降曲线最大值增加,沉降影响范围逐渐减小,即沉降槽宽度系数随着埋深增加而减小。对这5条沉降曲线采用(4)式进行拟合,得出不同深度的沉降曲线最大值 $s_{\max}(z)$ 和沉降槽宽度系数 $i(z)$,如表3所示。

表3 地表和地层沉降曲线拟合模拟结果
Tab.3 Simulation results of fitting formulas for surface and deep ground settlement curves

测线埋深 z/m	沉降曲线拟合公式	沉降曲线最大值 $s_{\max}(z)/\text{mm}$	沉降槽宽度系数 $i(z)/\text{m}$
0	$s_0(x) = -11.50\exp[-x^2/(2 \times 6.9^2)]$	11.50	6.9
1.3	$s_z(x) = -12.46\exp[-x^2/(2 \times 6.4^2)]$	12.46	6.4
4.3	$s_z(x) = -13.39\exp[-x^2/(2 \times 5.9^2)]$	13.39	5.9
7.8	$s_z(x) = -16.58\exp[-x^2/(2 \times 4.5^2)]$	16.58	4.5
9.3	$s_z(x) = -18.30\exp[-x^2/(2 \times 3.9^2)]$	18.30	3.9

2.3 基于模拟结果的地层损失率计算

根据表3得到的不同深度沉降最大值 $s_{\max}(z)$ 和沉降槽宽度系数 $i(z)$,即可求得不同深度的地层损失。由图4易知,埋深较小的沉降曲线沉降小而影响范围大,埋深较大的沉降曲线沉降大而影响范围小,故其分别与 x 轴围成的面积即地层损失可能保持不变。为验证这个假设,以地表和埋深7.8 m的沉降槽曲线为例,分别采用拟合法与折线法,即拟合曲线和折线分别与 x 轴所围成的面积计算地层损失,记作 V_{11}, V_{12} ,其中 V_{11} 即公式(5),计算 V_{12} 时,在假定地层均质分布、无地下管线等结构物的条件下,隧道开挖引起地表及地层沉降曲线关于隧道轴线所在纵剖面对称,地层损失等于沉降曲线半边与 x 轴围成的面积的两倍,如图5和图6所示,选取隧道右半边沉降曲线,隧道正上方测点及其右边测点依次编号为 $x_0, x_1, x_2, \dots, x_9$ 共10个测

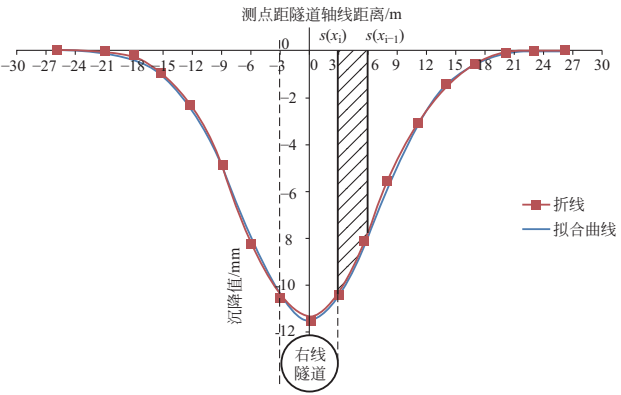


图5 地表沉降槽拟合曲线与折线对比
Fig.5 Comparison between fitting curve and polygonal line for surface settlement trough

点,相邻两测点 x_{i-1}, x_i 与 x 轴和沉降曲线所围成的梯形面积 ΔA_i 为:

$$\Delta A_i = [s(x_i) + s(x_{i-1})](x_i - x_{i-1})/2 \quad (7)$$

式中: $x_i, s(x_i)$ 分别为距隧道轴线第 i 个测点的距离和沉降值; i 为沉降曲线右侧测点个数,共 9 个。

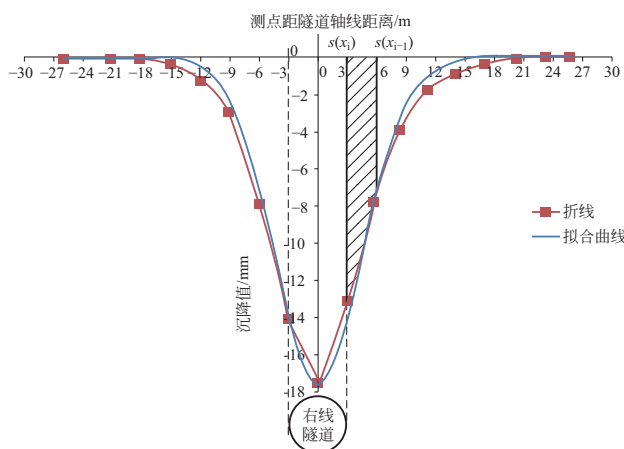


图6 埋深 7.8 m 地层沉降槽拟合曲线与折线对比

Fig. 6 Comparison between fitting curve and polygonal line for settlement trough with the depth of 7.8 m

故地层损失 V_{12} 的计算公式如下:

$$V_{12} = 2 \sum_{i=1}^9 \Delta A_i = \sum_{i=1}^9 \{ [s(x_i) + s(x_{i-1})](x_i - x_{i-1}) \} \quad (8)$$

通过对比发现, V_{11} 和 V_{12} 略有差异,主要表现在:当埋深较小时, V_{11} 和 V_{12} 非常接近,且拟合曲线较折线更接近沉降曲线形态;当埋深较大时(7.8 m、9.3 m),拟合曲线两侧边缘收敛较快,与 x 轴围成的面积明显偏小,折线底部会出现尖底导致其与 x 轴围成面积也偏小,故需对埋深较大的计算进行修正,对距隧道中心小于 6 m 范围内的沉降曲线采用拟合法,对此之外的两侧曲线采用折线法计算,通过修正得到的埋深 7.8 m 和 9.3 m 的地层损失差异不大,其具体结果如表 4 所示。

表 4 不同深度的地层损失率模拟结果

Tab. 4 Simulation results of volume loss rate with different depths

埋深/m	地层损失 $V_l/(10^{-3} \text{ m}^3/\text{m})$			地层损失率 $V_s/\%$
	拟合法/ V_{11}	折线法/ V_{12}	修正值/ V_1	
0	198.39	193.89	198.39	0.64
1.3	199.29	194.76	199.29	0.64
4.3	197.53	194.95	197.53	0.64
7.8	186.52	191.02	198.01	0.64
9.3	178.42	184.94	194.19	0.63

由表 4 可以看出,隧道开挖引起的地层损失在拱顶以上至地表的地层内变化很小,基本在 $(194 \sim 199) \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{m}$ 之间,地层损失率在不同深度地层内几乎一致(约 0.64%)。这从数值模拟角度验证了地层损失率在地层内基本不变的假设。

3 现场原位测试及验证

3.1 试验场地概况

北京地铁 14 号线方庄站—十里河站区间原位测试试验段共设置 A、B、C 3 个测试断面,相邻 2 个断面间隔 26 环,即 31.2 m,3 个断面的测点布置情况一致,以 A 断面为例,a10 ~ a50 为地表测点,a14 ~ a54 为地层内部测点,埋深依次为 1.3、4.3、7.8、9.3 m,隧道拱顶埋深 10.3 m。地表及地层内部测点投影到 A 断面上的剖面图如图 7 所示。通过坐标转换、多元回归、差异因素分析等手段相结合,修正和排除施工参数变化等造成的差异,将同一时刻不同测点不同深度的地层位移转化为同一测点不同深度的地层分层位移,地层位移测试技术的相关内容详见文献[12]。

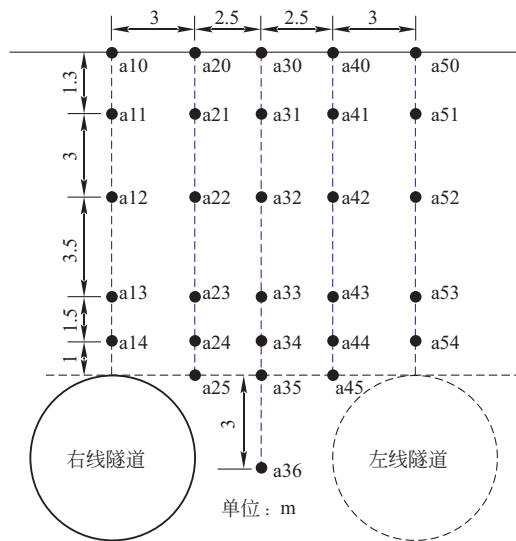


图7 A 监测断面测点布置剖面

Fig. 7 Cross section of monitoring section A

3.2 基于原位测试结果的地层损失率计算

为研究方便,只对右线隧道开挖结束后不同深度地层沉降曲线进行分析,在假定地层均质分布以及没有地下管线等影响的条件下,认为沉降曲线关于右线隧道轴线对称,即根据钻孔实测沉降值对称得到隧道另一侧地层沉降,如图 8 所示。可以看出,深层地层沉降曲线在形态上符合正态分布特征,可用 Peck 公式进行

拟合,其结果如表 5 所示。而距隧道轴线最远的 $x = 11 \text{ m}$ 测点沉降不为零,故须计算得出实际沉降曲线边界。假定 $x = 8 \text{ m}$ 测点往外区域的沉降衰减趋势一致,如图 9 所示,则沉降为零的位置距 $x = 11 \text{ m}$ 测点距离 ΔL 为

$$\Delta L = \frac{\Delta x}{\Delta s} s \quad (8)$$

式中: Δx 、 Δs 分别为 $x = 8 \text{ m}$ 和 $x = 11 \text{ m}$ 测点的间距和沉降差值, s 为 $x = 11 \text{ m}$ 测点的沉降值。

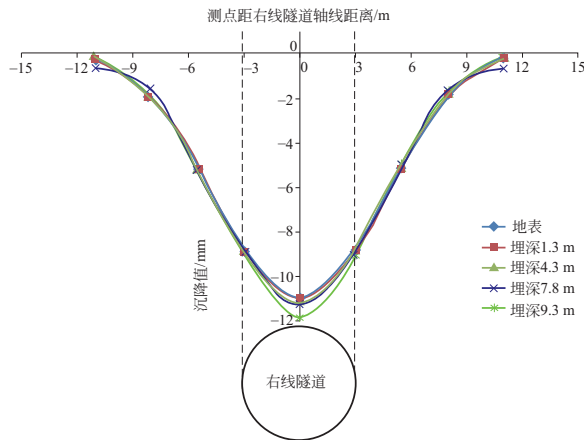


图 8 不同深度沉降槽曲线实测结果
Fig. 8 Field test of settlement trough with different depths

表 5 地表和地层沉降曲线拟合原位测试结果
Tab. 5 In-situ test results of fitting formulas for surface and deep ground settlement curves

测线埋深 z/m	沉降曲线拟合公式	沉降曲线最大值 $s_{\max}(z)/\text{mm}$	沉降槽宽度系数 i/m
0	$s_0(x) = -10.98 \exp[-x^2/(2 \times 4.4^2)]$	10.98	4.4
1.3	$s_z(x) = -10.99 \exp[-x^2/(2 \times 4.4^2)]$	10.99	4.4
4.3	$s_z(x) = -11.22 \exp[-x^2/(2 \times 4.3^2)]$	11.22	4.3
7.8	$s_z(x) = -11.30 \exp[-x^2/(2 \times 4.2^2)]$	11.30	4.2
9.3	$s_z(x) = -11.87 \exp[-x^2/(2 \times 4.1^2)]$	11.87	4.1

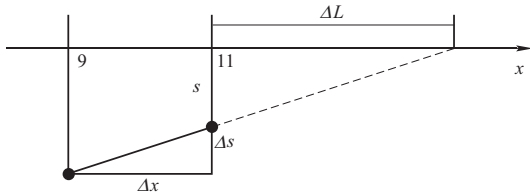


图 9 沉降曲线边界的确定
Fig. 9 Boundary determination of settlement curve

由(8)式可以推出沉降曲线边缘距 $x = 11 \text{ m}$ 测点的距离,并分别采用(5)式和(8)式计算得到拟合法和折线法的地层损失,进而求出地层损失率,如表 6 所示。可以发现,对于原位测试的地层损失,两种计算方法对不同深度的地层差异基本不大,故无需修正,采用

较准确的拟合法结果计算地层损失率。

表 6 不同深度的地层损失率原位测试结果
Tab. 6 In-situ test results of volume loss rate with different depths

埋深/ m	沉降曲线边缘 位置 $\Delta L/\text{m}$	地层损失 $V_l/(10^{-3} \text{ m}^3/\text{m})$		地层损失率 $V_s/\%$
		拟合法/ V_{II}	折线法/ V_{I2}	
0	0.28	120.78	117.75	0.39
1.3	0.33	120.90	118.14	0.39
4.3	0.29	120.57	120.21	0.39
7.8	0.42	118.66	119.02	0.38
9.3	0.29	121.66	119.10	0.39

由表 6 可以看出,不同深度的地层损失约在 $(120 \sim 122) \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{m}$ 之间,地层损失率几乎不变(约 0.39%),这与数值模拟揭示的地层损失率在地层空间基本不变的结论保持一致。由于实际地层复杂,并非理想状态下的完全均质分布,且盾构施工参数随推进不断变化,而数值模型地层划分均质、分层均匀,模型均匀开挖,得到的不同深度沉降曲线相比实测结果是较为理想的结果,但仍能定性地揭示出地层损失在地层中传播的不变性,原位测试试验验证了这一结论的正确性。

4 结论

以北京地铁 14 号线“方一十”区间盾构隧道工程为依托,基于 Peck 公式,借助数值模拟对不同深度的地层损失变化特征进行研究,并通过原位测试试验进行对比验证,主要结论如下:

1) 盾构隧道开挖后,地层深层沉降曲线呈现正态分布形式,在不考虑排水条件下,地层损失传递至地表表现为沉降槽体积,地层损失 $V_l = s_{\max} \sqrt{2\pi i}$ 与沉降槽宽度系数、最大沉降值成正相关关系。

2) 不同深度的地层损失率在不排水条件下差异很小。数值模拟和原位测试均表明地层损失率在地层空间分布基本不变。

3) 原位测试揭示了北京地铁 14 号线“方一十”区间的地质情况和施工条件下地层损失率基本为常数,约为 0.38% ~ 0.39%,可为类似条件下地层损失的控制提供依据。

参考文献

[1] SAGASETA C. Analysis of undrained soil deformation due to ground loss[J]. Geotechnique, 1987, 37(3): 301-320.
[2] VERRUIJT A, BOOKER J R. Surface settlements due to deformation of a tunnel in an elastic half plane [J]. Geotechnique, 1996, 46(4): 753-756.

- [3] Attewell P B, Yeates J, Selby A R. Soil Movements Induced by Tunnelling and Their Effects on Pipelines and Structures[M]. London: Blackie and Son Ltd, 1986.
- [4] ROWE R K, KACK G J. A theoretical examination of the settlements induced by tunnelling: four case histories[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1983, 20: 299-314.
- [5] LEE K M, ROWE R K, LO K Y. Subsidence owing to tunneling I: Estimating the gap parameter[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1992, 29(6): 929-940.
- [6] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movement in clays[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, 124(9): 846-856.
- [7] Peck R B. Deep Excavations and Tunnelling in Soft Ground [A]. Proc. 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering[C]. Mexico, 1969, 225-290.
- [8] 刘建航,侯学渊. 盾构法隧道[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1991.
- LIU Jianhang, HOU Xueyuan. Shield Tunneling[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1991.
- [9] 周文波,胡岷. 盾构法隧道施工主要参数控制方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(S1): 2430-2433.
- ZHOU Wenbo, HU Min. Control study on major parameters for shield tunneling[J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2003, 22 (S1): 2430-2433.
- [10] 白永学,漆泰岳,吴占瑞,等. 砂卵石层盾构施工地层损失原因分析与施工对策[J]. 现代隧道技术, 2012, 49(3): 54-61.
- BAI Yongxue, QI Taiyue, WU Zhanrui, et al. Analysis of and countermeasures to causes of ground loss induced by shield construction in sandy pebble stratum[J]. Modern Tunnelling Technology, 2012, 49 (3): 54-61.
- [11] 李宗梁,黄锡刚. 泥水盾构穿越堤坝沉降控制研究[J]. 现代隧道技术, 2011, 48(1): 103-110.
- LI Zongliang, HUANG Xigang. Study on settlement control for slurry shields crossing the embankment[J]. Modern tunnelling technology, 2011, 48 (1): 103-110.
- [12] 张晋勋,江华,江玉生,等. 盾构施工引起的地层分层位移测试技术研究[J]. 现代隧道技术, 2017, 54(4): 123-130.
- ZHANG Jinxun, JIANG Hua, JIANG Yusheng, et al. Measurement technology for strata displacement at different depths induced by shield-driven tunnelling[J]. Modern tunnelling technology, 2017, 54(4): 123-130.

(编辑:郝京红)

(上接第 46 页)

- LIU Jianfeng, CHEN Bizhuang, MA Xiaoyi, et al. Characteristics and increasing trend of passenger flow over urban rail transit network: analysis on passenger flow data of rail transit network in Beijing, Shanghai, Guangzhou and Shenzhen[J]. Urban transport of China, 2013(6): 6-17.
- [4] 吕利民,李吴,温辛妍,等. 城市轨道交通短期客流预测方法研究[J]. 都市快轨交通, 2015, 28(2): 21-25.
- LV Limin, LI Wu, WEN Xinyan, et al. Methods for forecasting short-term urban mass transit passenger flow [J]. Urban rapid rail transit, 2015, 28(2): 21-25.
- [5] 李勇伶. 基于客流预测成果控制地铁设计规模[J]. 都市快轨交通, 2015, 28(3): 3-6.
- LI Yongling. How to control the design scale of metro based on passenger flow forecast results[J]. Urban rapid rail transit, 2015, 28(3): 3-6.
- [6] 全永燊. 城市交通客流预测的若干问题[J]. 城市交通, 2008(6): 5-8.
- QUAN Yongshen. Comments on issues regarding urban travel forecasting[J]. Urban transport of China, 2008(6): 5-8.
- [7] 叶霞飞,明瑞利,李忍相. 东京、首尔轨道交通客流成长规律与特征分析[J]. 城市交通, 2008(6): 16-20.
- YE Xiafei, MING Ruili, LI Renxiang. Rail transit in Tokyo and Seoul: development trends & characteristics of passenger flow[J]. Urban transport of China, 2008(6): 16-20.
- [8] 中国城市轨道交通协会. 城市轨道交通 2015 年统计和分析[J]. 都市快轨交通, 2016, 29(4): 6-11.
- China Association of Metros. Statistics and analysis of urban rail transit in 2015[J]. Urban rapid rail transit, 2016, 29(4): 6-11.
- [9] 杨军. 地铁客流短期预测及客流疏散模拟研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2013.
- YANG Jun. Research on metro passenger flow short-time prediction and evacuation simulation[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2013.
- [10] 四兵锋,何九冉,任华玲,等. 基于时序特征的城市轨道交通客流预测[J]. 北京交通大学学报(自然科学版), 2014, 38(3): 1-6.
- SI Binfeng, HE Jiuran, REN Hualing, et al. Urban railway traffic passenger flow forecast based on the timing characteristics [J]. Journal of Beijing Jiaotong University (natural science edition), 2014, 38(3): 1-6.

(编辑:郝京红)