

特征载荷下海工管状结构屈曲临界载荷分析

张永强

(广州打捞局, 广东 广州 510260)

摘要: 圆柱形管状结构在海洋工程领域中应用较多, 在进行结构设计时, 需重点关注其侧向受载时的屈曲强度问题。通过理论分析和数值模拟, 对比研究径向线性载荷变化下圆柱壳的屈曲行为, 以经典的 Donnell 壳体理论为基础, 得到圆柱壳的屈曲控制方程, 并通过本征值分析方法得到结构屈曲的临界条件。采用有限元软件 ABAQUS 对线性变化径压下圆柱壳的屈曲进行数值仿真。分析得出径厚比是径向线性分布载荷下圆柱壳屈曲临界载荷的主要影响因素, 三角形径压下屈曲临界载荷值约为均布径压下屈曲临界载荷值的 2 倍。

关键词: 圆柱壳; 屈曲; 临界载荷; 有限元

中图分类号: U661

文献标志码: A

文章编号: 2095-4069 (2017) 03-0018-05

Analysis on the Critical Buckling Load of Offshore Pipe Structure under Characteristic Load

ZHANG Yong-qiang

(Guangzhou Salvage Bureau of the Ministry of Transport, Guangzhou 510260, China)

Abstract: Cylindrical pipe structure is often used in the offshore engineering, therefore its buckling strength under lateral load should be given more attentions at the structure design stage. Theoretical analysis and numerical simulations should be carried out to study the buckling behavior of the cylindrical shell under different radial linear load. Thus the equation for cylindrical shell buckling control could be obtained on the basis of the classical Donnell shell theory, and the critical structural buckling condition is obtained through eigenvalue analysis. It is concluded that the radius thickness ratio is the major influencing factor of the cylindrical shell buckling under linearly varying load and the critical buckling load under triangular radial loading is twice as large as that under uniform radial loading.

Key words: cylindrical shell; buckling; critical buckling load; finite element

0 引言

圆柱形管状结构是海洋工程结构物中常见的结构形式(海洋油气管道、自升式平台桩腿支撑结构等均采用该结构形式), 在复杂的工作环境下会受到内外压差(甚至是侧向碰撞)等各种载荷的影响。圆柱形管状结构的应力分析通常被抽象为圆柱壳理论, 其屈曲问题在结构稳定理论中占有重要地位。圆柱壳理论自被提出^[1]至今, 得到广泛应用, 并在逐渐发展和完善, 在实际计算过程中根据具体问题形成各种圆柱壳理论, 其中最主要的是在 Flügge 壳理论^[2]的基础上考虑几何大变形建立的 Donnell 圆柱壳理论。

圆柱壳在内外压作用下的屈曲是一个备受关注的问题。早期一些学者^[3-6]在开展该方面的研究时, 仅使

收稿日期: 2017-03-22

基金项目: 广州市科技计划项目(201607010282)

作者简介: 张永强, 男, 高级工程师, 博士, 1975 年生。2016 年毕业于华南理工大学船舶与海洋结构物设计制造专业, 主要从事海洋工程技术研究。

用一次满足边界条件的挠度表达式来对该问题进行简单求解；此后，HO等^[7]通过对基本方程进行积分，获得该问题在各种加载条件和边界条件下的精确解。早期部分试验研究^[8-11]所得结果在理论值的60%~100%变化，这些差异可能是由初始缺陷引起的。近年来，许多学者从圆柱壳的几何条件、缺陷影响和新型材料等方面展开研究。GHAZIJAANI等^[12]和ALASHTI等^[13]对含有缺陷的圆柱壳进行试验和屈曲分析。黄怀纬等^[14]对功能梯度材料圆柱壳进行弹塑性屈曲分析。CHEN等^[15]对受均匀外压下变厚度的圆柱壳进行研究。SUN等^[16]用辛方法对径压作用下圆柱壳的弹性屈曲行为进行研究。张婧等^[17]和张士天^[18]采用有限元法对包含管状构件的海工结构进行强度和稳定性分析。

在以往对径向载荷下圆柱壳屈曲的研究中，涉及的载荷类型主要为均匀径压，而在实际工程中（如海底管道铺管过程中），管道结构会受到沿轴向逐渐变化的径向水压载荷的作用。由此，主要对海工管状结构屈曲呈现出的特性及临界载荷等问题进行研究。根据经典的Donnell壳体理论适用于短壳并可问题简化的特性，采用本征值计算方法，将理论研究与数值模拟相结合，研究在均布和线性变化2种不同径压载荷下的屈曲问题。

1 理论推导

图1为圆柱壳及其载荷示意，圆柱壳的厚度为 h ，长度为 L ，中面半径为 R ，径压作用下的面分布载荷形式为 $q_i (i=0,1)$ 。当 $i=0$ 时， q_0 为面分布的均布载荷的集度；当 $i=1$ 时， q_1 为面分布的线性载荷的集度，沿长度方向变化的斜率为 k ，其表达式为 $q_1 = kx$ ，称为面分布的三角形载荷集度。 q_i 的量纲为 $ML^{-1}T^{-2}$ ， k 的量纲为 $ML^{-2}T^{-2}$ 。相应的坐标系建在圆柱壳的左端， x, y, z 分别为轴向、周向和内法线方向的坐标轴。

根据经典的Donnell壳体理论，圆柱壳的线性屈曲控制方程为

$$\begin{cases} C_1 \nabla^4 W - \frac{\varphi_{,xx}}{R} - (N_{0x} W_{,xx} + 2N_{0xy} W_{,xy} + N_{0y} W_{,yy}) = 0 \\ \nabla^4 \varphi + C_2 R W_{,xx} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中： x, y 分别为壳体轴向和周向坐标位置； $W_{,xy} = \partial W / \{\partial x \partial y\}$ ； N_{0x} ， N_{0y} ， N_{0xy} 分别为单位长度上的内力和内力矩，即前屈曲轴向内力、周向内力和扭转力矩； W 为屈曲挠度； φ 为应力函数； C_1, C_2 分别为与材料和壳体尺寸相关的参数。

由于圆柱壳只受径向面载荷的作用，因此圆柱壳前屈曲内力可表示为

$$\begin{cases} N_{0x} = 0 \\ N_{0y} = -q_i R \\ N_{0xy} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

将式(2)代入到式(1)中，得到径压作用下的圆柱壳屈曲控制方程为

$$C_1 \nabla^8 W + C_2 W_{,xxxx} + q_i R \nabla^4 W_{,yy} = 0 \quad (3)$$

式(3)中： $C_1 = Eh^3 / [12(1-\nu^2)]$ ； $C_2 = Eh / R^2$ 。

屈曲挠度的表达式为

$$W(x, y) = ah\gamma(x) \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} \quad (4)$$

式(4)中： a 为屈曲挠度无量纲幅值； m 为轴向屈曲半波数； n 为周向屈曲波数； $\gamma(x)$ 取值

$$\gamma(x) = \begin{cases} 1 & i=0 \\ \frac{1}{3}x^3 - \frac{L}{2}x^2 & i=1 \end{cases} \quad (5)$$

式(4)满足简支边界条件，即

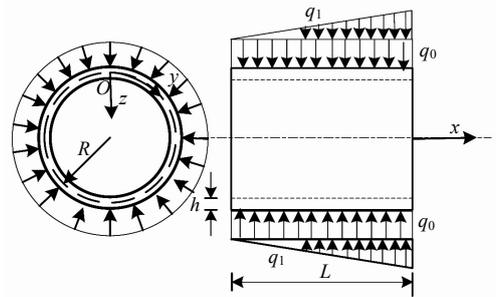


图1 圆柱壳及其载荷示意

$$W|_{x=0,L} = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \Big|_{x=0,L} = 0 \quad (6)$$

令式(3)的左端为 $\psi(x, y)$, 则

$$\psi(x, y) = C_1 \nabla^8 W + C_2 W_{,xxxx} + q_i R \nabla^4 W_{,yy} \quad (7)$$

利用伽辽金法求解微分方程, 形式为

$$\iint \psi \delta W dx dy = 0 \quad (8)$$

对于式(3), 有

$$\int_0^{2\pi R} \int_0^L \psi(x, y) \gamma(x) \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{ny}{R} dx dy = 0 \quad (9)$$

将式(9)转化为关于系数 a 的齐次代数方程为

$$[A] \times a = 0 \quad (10)$$

为使式(10)存在非零解, 即 $a \neq 0$, 必须保证系数行列式等于 0, 这就是在径压载荷作用下圆柱壳稳定性的临界条件, 即

$$|A| = 0 \quad (11)$$

由式(11)求解出 q 和 k 。

径压载荷的最大集度为 q , 当 $i=0$ 时, $q = q_0$; 当 $i=1$ 时, 面载荷的最大集度在 $x=L$ 处, $q = kL$ 。

1) 当径压为均布载荷时, 有

$$q = q_0 = \frac{1}{hL^4 \pi R^3 (L^2 n^3 + m^2 n \pi^2 R^2)^2} \left[(hL^8 n^8 \pi + 4hL^6 m^2 n^6 \pi^3 R^2 + 6hL^4 m^4 n^4 \pi^5 R^4 + 4hL^2 m^6 n^2 \pi^7 R^6 + hm^8 \pi^9 R^8) C_1 + hL^4 m^4 \pi^5 R^8 C_2 \right] \quad (12)$$

2) 当径压为三角形载荷时, 有

$$q = kL = 2 \left\{ \left[L^8 n^8 (-3150 - 105m^2 \pi^2 + 26m^6 \pi^6) + 4L^6 m^2 n^6 \pi^2 (630 - 105m^2 \pi^2 + 84m^4 \pi^4 + 26m^6 \pi^6) R^2 + 6L^4 m^4 n^4 \pi^4 (-630 + 735m^2 \pi^2 + 504m^4 \pi^4 + 26m^6 \pi^6) R^4 + 4L^2 m^6 n^2 \pi^6 (3150 + 5775m^2 \pi^2 + 1260m^4 \pi^4 + 26m^6 \pi^6) R^6 + m^8 \pi^8 (22050 + 18375m^2 \pi^2 + 2352m^4 \pi^4 + 26m^6 \pi^6) R^8 \right] C_1 + L^4 m^4 \pi^4 (630 - 315m^2 \pi^2 + 119m^4 \pi^4 + 40m^6 \pi^6) R^2 + m^4 \pi^4 (-630 + 735m^2 \pi^2 + 889m^4 \pi^4 + 40m^6 \pi^6) R^4 \right\} \quad (13)$$

径压临界载荷及其相应的屈曲模态可通过不同的 m 值和 n 值来确定。 $q_{cr} = \text{Min}[q(m, n)]$, 其中 m 和 n 只能取正整数。 q_{cr0} 为均布径压载荷下的屈曲临界值; q_{cr1} 为三角形径压载荷下的屈曲临界值; (m, n) 为圆柱壳的屈曲模态。

2 数值计算

采用有限元软件 ABAQUS 模拟圆柱壳结构的屈曲, 以此对理论结果进行验证。

单元类型采用线性、有限薄膜应变、减缩积分和四边形壳单元 S4R, 薄壳单元施加与文中理论一致的 Kirchhoff 约束。圆柱壳两端简支, 只受径压载荷的作用。

2.1 三角形径压载荷下结构的屈曲

取材料参数 $E = 2 \times 10^2 \text{ GPa}$; $\nu = 0.3$; $L = 50 \text{ mm}$; $h = 0.5 \text{ mm}, 0.6 \text{ mm}, 0.7 \text{ mm}, 0.8 \text{ mm}$; $R = 40 \text{ mm}, 50 \text{ mm}, 60 \text{ mm}$ 。圆柱壳屈曲临界状态的理论解与 ABAQUS 有限元结果见表 1, 可见理论解与有限元法的屈曲临界载荷相吻合, 验证了前述理论推导的正确性。

表 1 不同径厚比对圆柱壳屈曲临界载荷 q_{cr1} 和屈曲模态的影响

R/mm	类别	$h=0.5\text{ mm}$		$h=0.6\text{ mm}$		$h=0.7\text{ mm}$		$h=0.8\text{ mm}$	
		q_{cr1}/MPa	屈曲模态	q_{cr1}/MPa	屈曲模态	q_{cr1}/MPa	屈曲模态	q_{cr1}/MPa	屈曲模态
40	理论解	6.46	(1,8)	10.29	(1,8)	15.51	(1,8)	21.94	(1,7)
	ABAQUS	6.38	(1,8)	9.91	(1,7)	14.54	(1,7)	20.51	(1,7)
50	理论解	4.69	(1,10)	7.57	(1,9)	11.27	(1,9)	16.11	(1,9)
	ABAQUS	4.70	(1,9)	7.39	(1,8)	10.77	(1,8)	15.12	(1,8)
60	理论解	3.64	(1,11)	5.87	(1,11)	8.80	(1,10)	12.51	(1,10)
	ABAQUS	3.71	(1,10)	5.86	(1,9)	8.52	(1,9)	11.94	(1,9)

从表 1 中可看出：当壳体长度固定时，随着壳厚度的增加，屈曲模态的环向波纹数 n 会减小；而壳体半径对 n 值的影响正好相反。

取 $R = 50\text{ mm}$ ； $h = 50\text{ mm}$ ； $L = 50\text{ mm}$ ， 100 mm ， 200 mm 。圆柱壳长度对径压临界载荷的影响见表 2。计算结果表明，在长径比 $L/R \leq 4$ 的范围内，理论解和数值解吻合较好，但随着长径比的进一步增大，误差越来越大，相对误差定义为 $\delta = |q_T - q_A| / q_A \times 100\%$ 。这是由 Donnell 壳体理论本身决定的，该理论适用于短壳，不适用于非浅长圆柱壳。

表 2 不同长径比对圆柱壳屈曲临界载荷 q_{cr1} 的影响

L/mm	50	100	150	200
L/R	1	2	3	4
理论解 (q_T)	4.69	2.15	1.40	1.04
ABAQUS (q_A)	4.70	2.18	1.43	1.02
相对误差 (δ)/%	0.06	1.56	1.73	1.87

图 2 给出三角形径压载荷下不同长度的圆柱壳结构屈曲模态。由图 2 得知，所有屈曲模态在轴向均呈现出半个波长，轴向的屈曲变形不受长度变化的影响，但模态的环向波纹数会随着壳体长度的增加而减少。可见，三角形径压下的圆柱壳轴向变形的波峰偏向受力大的一侧。

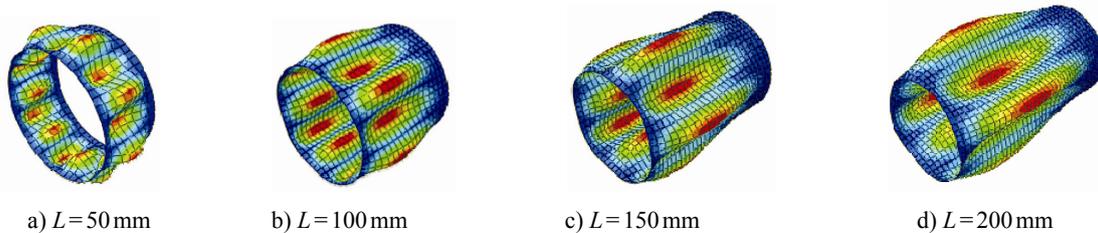


图 2 三角形径向载荷下不同长径比圆柱壳对屈曲模态的影响

图 3 给出尺寸参数对三角形径压载荷下圆柱壳屈曲临界载荷的影响。由图 3 可知，结构的屈曲临界载荷受尺寸参数的影响较大。随着径厚比 R/h 的增大，临界载荷 q_{cr1} 先急剧减小，而后逐渐放缓；随着长径比 L/R 的增大， q_{cr1} 也有所减小。虽然径厚比和长径比对径压下圆柱壳屈曲临界载荷的影响均较大，但两者相比，径厚比是径向线性分布载荷下圆柱壳屈曲临界载荷的主要影响因素。

2.2 均布径压载荷和三角形径压载荷下结构屈曲临界载荷比较

为对比圆柱壳在三角形径压载荷和均布径压载荷下屈曲临界载荷的大小，引入三角形径压下屈曲临界载荷的 1/2 与均布径压下屈曲临界载荷之比（即 $q_{cr1} / (2q_{cr0})$ ）作为研究的参数。图 4 为均布径压与三角形径压对圆柱壳屈曲临界载荷的影响。从图 4 中可看出： $q_{cr1} / (2q_{cr0})$ 基本上在 1.05~1.10 内变化，即三角形径压下屈曲临界载荷值的 1/2 仅稍大于均布径压下的屈曲临界载荷值，三角形径压下屈曲临界载荷值可保守地采用均布径压下屈曲临界载荷值的 2 倍。其意义是在求三角形径压下圆柱壳的屈曲临界载荷值时，可用经典的均布径压下屈曲的精确解作为参考。

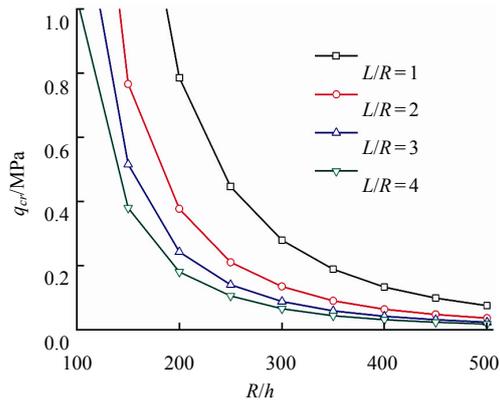


图3 尺寸参数对三角形径压载荷下圆柱壳屈曲临界载荷的影响

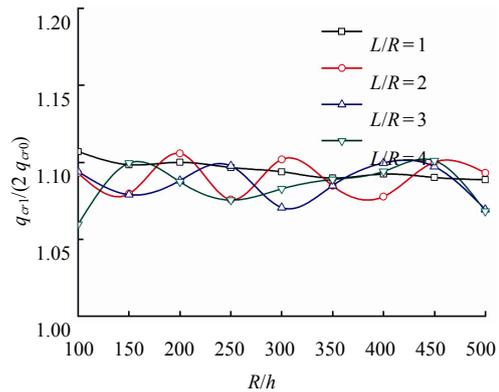


图4 均布径压与三角形径压对圆柱壳屈曲临界载荷的影响

3 结 语

以海洋工程管状结构物为研究对象,通过研究线性变化(三角形)径压和均布径压下结构的屈曲问题,采用经典的薄壳理论和本征值屈曲分析方法得到2种不同径压下的屈曲临界载荷,并通过有限元数值模拟进行验证。分析结果表明:结构的屈曲临界载荷受尺寸的影响较大,对比径厚比和长径比的影响,径厚比是尺寸参数中径压屈曲临界载荷的主要影响因素;三角形径压下的屈曲临界载荷值是均布径压下屈曲临界载荷值的2倍左右。本文的研究方法和相关结论可供海工管状结构物的设计及强度评估参考,在后续的研究中会重点关注含几何微缺陷及较大缺陷圆柱壳的屈曲问题。

【参 考 文 献】

- [1] 何福宝,沈亚鹏. 板壳理论[M]. 西安:西安交通大学出版社,1993.
- [2] FLVGG E W. Stresses in shell[M]. 2nd ed. New York: Springer, 1973.
- [3] FLVGG E W. Stress in shells[M]. Berlin and New York: Springer-Verlag, 1973.
- [4] BATDORF S B. A simplified method of elastic-stability analysis for thin cylindrical shells: Dennell's equation[Z]. Technical Report Archive & Image Library,1947.
- [5] NASH W A. Buckling of thin cylindrical shells subject to hydrostatic pressure [J]. Journal of the Aeronautical Sciences, 1954, 21(5): 354-355.
- [6] GALLETLY G D, BART R. Effects of boundary conditions and initial out-of-roundness on the strength of thin-walled cylinders subject to external hydrostatic pressure [M]. Washington: David Taylor Model Basin, 1957.
- [7] HO B P, CHENG S. Some problems in stability of heterogeneous aeolotropic cylindrical shells under combined loading [J]. AIAA Journal, 1963, 1(7): 1603-1607.
- [8] WINDENBURG D F, TRILLING C. Collapse by instability of thin cylindrical shells under external pressure [J]. Trans. Asme, 1934, 56: 819-825.
- [9] KIRSTEIN A, WENK, JR E. Observations of snap-through action in thin cylindrical shells under external pressure [J]. Proc. SESA, 1975, 14: 205-214.
- [10] MONTAGUE P. Experimental behavior of thin-walled cylindrical shells subjected to external pressure [J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1969, 11(1): 40-56.
- [11] BUDIANSKY B, AMAZIGO J C. Initial post-buckling behavior of cylindrical shells under external pressure [J]. Journal of Mathematical Physics, 1968, 47: 223-235.
- [12] GHAZIJAHANI, TOHID GHANBARI, JIAO H, et al. Experiments on dented cylindrical shells under peripheral pressure [J]. Thin-Walled Structures, 2014,84: 50-58.
- [13] ALASHTI, AKBARI R, AHMADI, S A. Buckling of imperfect thick cylindrical shells and curved panels with different boundary conditions under external pressure [J]. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2014, 52(1): 25-36.
- [14] 黄怀纬, 韩强. 轴压功能梯度材料圆柱壳的弹、塑性屈曲分析[J]. 中国科技论文, 2014, 9 (5): 502-506
- [15] CHEN L, ROTTER J M, DOERICH C. Buckling of cylindrical shells with stepwise variable wall thickness under uniform external pressure [J]. Engineering Structures, 2011, 33(12): 3570-3578.
- [16] SUN J B, XU X S, LI C W. Buckling of cylindrical shells under external pressure in a Hamiltonian system [J]. Journal of Theoretical Applied Mechanics, 2014, 52(3): 641-53.
- [17] 张婧, 钱鹏, 王庆丰, 等. 导管架平台的结构可靠性分析[J]. 船舶与海洋工程, 2015, 31 (5): 29-33.
- [18] 张士天. 铺管船过桥支撑结构强度评估[J]. 船舶与海洋工程, 2015, 31 (4): 36-42.